



AKADEMIA GÓRNICZO - HUTNICZA
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE

WYDZIAŁ FIZYKI I INFORMATYKI STOSOWANEJ

Siła Lorentza w transporcie ładunku przez pierścienie kwantowe

Autor:

mgr inż.

Maciej PONIEDZIAŁEK

Promotor:

Dr hab. inż.

Bartłomiej SZAFRAN

4 lutego 2012

Badania, których wyniki przedstawione są w tej rozprawie były częściowo finansowane z grantu Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego „*Symulacje magnetotransportu w nanostrukturach półprzewodnikowych*” N N202 103938, na lata 2010-2013.

Spis treści

O niniejszej rozprawie	3
1 Motywacja i kontekst pracy	4
2 Streszczenie artykułów tworzących rozprawę i wnioski	6
2.1 Praca A.1, <i>Electron transfer through a multiterminal quantum ring: magnetic forces and elastic scattering effects</i>	6
2.2 Praca A.2, <i>Magnetic forces and stationary electron flow in a three-terminal semiconductor quantum ring</i>	7
2.3 Praca A.3, <i>Tuning Fano resonances by magnetic forces for electron transport through a quantum wire side coupled to a quantum ring</i>	7
2.4 Praca A.4, <i>Magnetic forces and localized resonances in electron transfer through quantum rings</i>	8
2.5 Praca A.5, <i>Multisubband transport and magnetic deflection of Fermi electron trajectories in three terminal junctions and rings</i>	8
2.6 Praca A.6 <i>Violation of Onsager symmetry for a ballistic channel Coulomb coupled to a quantum ring</i> i A.7 <i>Carrier-carrier inelastic scattering events for spatially separated electrons: magnetic asymmetry and turnstile electron transfer</i>	9
Literatura	11

O niniejszej rozprawie

Zgodnie z wprowadzoną 18.03.2011 nowelizacją Prawa o szkolnictwie wyższym rozprawę doktorską może stanowić spójny tematycznie zbiór artykułów opublikowanych lub przyjętych do druku w czasopismach naukowych (Art. 13.2). Prezentowana rozprawa ma taką właśnie formę. Składa się na nią siedem artykułów, które omawiają rolę sił magnetycznych w transporcie kwantowym w układach z półprzewodnikowymi pierścieniami kwantowymi. Cykl tworzą prace:

- A.1 B. Szafran, M.R. Poniedzialek *Electron transfer through a multiterminal quantum ring: magnetic forces and elastic scattering effects*,
Physical Review B 80, 155334 (2009)
- A.2 M. R. Poniedzialek, B. Szafran *Magnetic forces and stationary electron flow in a three-terminal semiconductor quantum ring*,
J. Phys.: Condens. Matter 22, 215801 (2010)
- A.3 B. Szafran, M. R. Poniedzialek, *Tuning Fano resonances by magnetic forces for electron transport through a quantum wire side coupled to a quantum ring*,
Physical Review B 82, 075320 (2010)
- A.4 M. R. Poniedzialek, B. Szafran, *Magnetic forces and localized resonances in electron transfer through quantum rings*,
J. Phys.: Condens. Matter 22, 465801 (2010)
- A.5 M. R. Poniedzialek, B. Szafran, *Multisubband transport and magnetic deflection of Fermi electron trajectories in three terminal junctions and rings*,
J. Phys.: Condens. Matter 24, 085801 (2012)
- A.6 B. Szafran, M. R. Poniedzialek, F. M. Peeters, *Violation of Onsager symmetry for a ballistic channel Coulomb coupled to a quantum ring*,
Europhysics Letters 87, 47002 (2009)
- A.7 M. R. Poniedzialek i B. Szafran, *Carrier-carrier inelastic scattering events for spatially separated electrons: magnetic asymmetry and turnstile electron transfer*,
Physical Review B 85, 035312 (2012)

Cykl publikacji stanowiących rozprawę poprzedza wstęp i streszczenia artykułów z opisem ich wkładu w rozwój teorii transportu kwantowego w nanostrukturach półprze-

wodnikowych. Za artykułami umieściłem w formie dodatków podstawowe informacje na temat struktur, stosowanego formalizmu oraz metody rachunkowej.

1 Motywacja i kontekst pracy

Prąd elektryczny w domieszkowanych donorami półprzewodnikach niesiony jest przez elektrony z powierzchni Fermiego [1]. Dla układów makroskopowych do opisu zjawisk związanych z przepływem prądu stosowana jest klasyczna teoria oporu omowego [2]. O stosowalności teorii klasycznej decydują rozmiary układu w porównaniu z długością koherencji fazy funkcji falowej elektronu z powierzchni Fermiego. W latach 80 ubiegłego stulecia postęp technologii miniaturyzacji doprowadził do powstania układów o rozmiarach porównywalnych z długością koherencji [2, 3]. Jako test częściowo koherentnego transportu wykorzystany został efekt Aharonowa-Bohma, to jest interferencja kwantowa elektronu przechodzącego przez przewodnik tworzący pętlę (pierścień). Gdy pierścień, lub tylko jego rdzeń, umieścić w zewnętrznym polu magnetycznym, części fali przechodzącej przez obydwie ramiona nabierają różnicy fazy akumulowanej od potencjału wektorowego. W efekcie pojawia się oscylacja przewodności w funkcji strumienia pola magnetycznego przenikającego przez pierścień o okresie równym kwantowi strumienia pola magnetycznego $\Phi_0 = \frac{h}{e}$, (e to ładunek elementarny, a h stała Plancka). Oscylacje te zaobserwowano w pierścieniach metalowych (średnica 784 nm) [4] a następnie w pierścieniach półprzewodnikowych (średnica $1\mu\text{m}$) [5] wykonanych na drodze litografii heterostruktury n-AlGaAs/GaAs, na której złącza powstaje dwuwymiarowy gaz elektronowy. Układy z dwuwymiarowym gazem elektronowym dzięki redukcji wymiarowości i odseparowaniu domieszek od elektronów charakteryzuje wysoka mobilność nośników i bardzo długa droga swobodna. Te, dobrze znane od odkrycia ułamkowego kwantowego efektu Halla [6], układy są wciąż intensywnie badane w związku z transportem kwantowym. Niniejsza praca poświęcona jest pierścieniom wytworzonym w układach z dwuwymiarowym gazem elektronowym.

Doświadczenia nad pierścieniami półprzewodnikowymi dostarczają ciekawych informacji dotyczących fizyki transportu ładunku w nanoskali. W ciągu ostatniej dekady wykonano doświadczenia nad: i) współistnieniem blokady kulombowskiej i oscylacji Aharonowa-Bohma [7] ii) ich ułamkową formą w układach z uwięzioną w pierścieniu niewielką liczbą elektronów [8] iii) interferencją pojedynczych elektronów wstrzykiwanych do kanału [9] iv) łamaniem relacji Onsagera [10] v) mapowaniem funkcji falowej elektronu z powierzchni Fermiego techniką mikroskopii przewodności [11] vi) odchyleniem trajektorii elektronów

w polu magnetycznym [12]. Ostatnie zagadnienie jest głównym tematem tej rozprawy.

W warunkach koherentnego transportu o prawdopodobieństwie przejścia elektronu przez układ decydują własności jego funkcji falowej. Stosowana w pracy teoria Landauera-Büttikera wyprowadza z prawdopodobieństwa przejścia mierzalną doświadczalnie przewodność. Celem niniejszej pracy jest teoretyczne zbadanie wpływu siły Lorentza na transport ładunku w układach z pierścieniami kwantowymi, a więc zbadanie efektów *klasycznej* siły w transporcie *kwantowym*.

Wpływ siły Lorentza na transport kwantowy przewidziany został teoretycznie dla kwantowych kontaktów punktowych [13] oraz zaobserwowany doświadczalnie w odchyleniu orbit cyklotronowych [14]. Przeprowadzono następnie spektakularny eksperyment ogniskowania magnetycznego elektronów we wnęce rezonansowej (bilardzie kwantowym) [15].

W niniejszej pracy zajmiemy się siłą Lorentza dla pierścieni kwantowych i dla efektu Aharonowa-Bohma w szczególności. W oryginalnej pracy Aharonowa-Bohma rozważano przypadek, gdy pole magnetyczne pojawia się wyłącznie wewnątrz pierścienia, tak że siła Lorentza na elektron nie działa. Jednakże, w doświadczeniach przeprowadzanych na pierścieniach o promieniach rzędu mikrometra lub ułamka mikrometra takich warunków wprowadzić na razie się nie udało. Stosowane jest jednorodne pole magnetyczne, które może odchylić trajektorię elektronu.

Współautorem pierwszej pracy teoretycznej [16] nad wpływem siły Lorentza na przewodność półprzewodnikowych pierścieni kwantowych jest promotor tej rozprawy. W pracy [16] wykazano, że siła Lorentza powoduje preferencyjne wstrzykiwanie elektronu do jednego z ramion pierścienia. Klasyczny efekt zakrzywienia trajektorii konkuruje z oscylacjami Aharonowa-Bohma (AB). Wprowadzona przez siły magnetyczne nierównowaga w amplitudach fal przechodzących przez dwa ramiona pierścienia prowadzi do redukcji amplitudy oscylacji AB w wysokim polu magnetycznym. Zanik oscylacji AB jest zazwyczaj uznawany za efekt dekoherencji. Doświadczalne stwierdzenie zaniku oscylacji mogłoby zostać uznane za wynik aktywacji procesów dekoherencji w wysokim polu. Aby odizolować efekty dekoherencji od magnetycznego odchylenia trajektorii zaproponowano pomiar w układzie z trzema końcówkami [17]. Wyniki modelowania [17] wskazały, że zanik oscylacji AB w wysokim polu stowarzyszony jest z nierównowagą w prawdopodobieństwie przejścia elektronu do lewego i prawego kontaktu. Przewidywania teoretyczne potwierdził przeprowadzony 4 lata później eksperyment [12], stanowiący punkt wyjściowy dla badań, których wyniki są przedstawione w tej rozprawie.

2 Streszczenie artykułów tworzących rozprawę i wnioski

2.1 Praca A.1, *Electron transfer through a multiterminal quantum ring: magnetic forces and elastic scattering effects*

Praca doświadczalna [12] wskazała zanik oscylacji AB w wysokim polu oraz nierównowagę w prawdopodobieństwach przejścia do lewego i prawego wyjścia, zgodnie z wcześniejszymi przewidywaniami teoretycznymi [17]. Wyniki doświadczalne [12] różniły się jednak w szczegółach od teoretycznych [17]: i) dla $B = 0$ znaleziono wyraźną asymetrię w przewodności (konduktancji) lewego i prawego wyjścia ii) już w niskim polu amplituda oscylacji AB była bardzo niewielka. Autorzy doświadczenia [12] jako przyczynę niskiej amplitudy oscylacji wskazali dekoherencję. Jednak, dopasowana przez autorów długość koherencji (320 nm) jest o rząd wielkości niższa, niż wcześniej szacowana dla dwuwymiarowego gazu elektronowego w temperaturze 350 mK [12]. Poza tym, istniała różnica w promieniach pierścienia rozważanych w teorii [17], a elektrody wyjściowe podpięte były w doświadczeniu [12] pod innym kątem niż w modelu teoretycznym [17]. Wyjaśnienie tych różnic stanowiło punkt wyjściowy do badań przeprowadzonych w ramach doktoratu. Ich wyniki opublikowano w artykule [A.1].

Artykuł [A.1] oparty był na rozwiązaniu problemu zależnego od czasu dla oszacowania prawdopodobieństwa transmisji, według wcześniejszego modelu [17]. Dla uwzględnienia asymetrii przewodności dla nominalnie symetrycznej struktury wprowadzono zaburzenie potencjału w jednym z ramion pierścienia. Znaleziono, że zaburzenie potencjału – poza wprowadzeniem asymetrii w transmisji do kontaktów wyjściowych – prowadzi do zmniejszenia amplitudy oscylacji AB w niskim polu. Powodem tego zjawiska jest utrudniona przez zaburzenie cyrkulacja elektronów wokół pierścienia. Warunkiem zaobserwowania oscylacji AB jest spotkanie i interferencja funkcji falowych przechodzących przez obydwa ramiona pierścienia. Dla zablokowanej transmisji przez jedno z ramion amplituda oscylacji maleje. Wyniki pracy [A.1] świetnie zgadzają się jakościowo z wynikami eksperymentu [12] (patrz rysunek 9 z pracy [A.1] i 1 z pracy [12]). Praca [A.1] wskazała, że odpowiedzialność za niską amplitudę oscylacji może leżeć po stronie rozpraszania elastycznego zachodzącego z zachowaniem całkowitej spójności fazy. Silnych efektów rozpraszania można się w tym doświadczeniu spodziewać dlatego, że przeprowadzone ono zostało w warunkach transmisji w najniższym podpaśmie kwantyzacji poprzecznej. Innymi słowy, energia kinetyczna

elektronów Fermiego była niewielka tak, że każda nierówność potencjału (nawet rzędu ułamków meV) skutkować mogła silnym rozpraszaniem.

2.2 Praca A.2, *Magnetic forces and stationary electron flow in a three-terminal semiconductor quantum ring*

Wyniki modelowania poprzedzającego tę rozprawę [17] oraz pierwsza praca [A.1] oparte były na dynamice pakietów falowych. W rozwiązaniu zależnym od czasu pakiet reprezentuje pewną superpozycję stanów własnych hamiltonianu i odpowiada skończonemu przedziałowi na skali energii. W zerowej temperaturze prąd niosą elektrony o ściśle określonej energii. Aby znaleźć przewodność dla 0K opracowano numeryczną procedurę rozwiązywania stacjonarnego problemu rozproszeniowego opartą na metodzie różnic skończonych. Metoda z iteracyjnym wyznaczeniem amplitud rozpraszania została po raz pierwszy zastosowana w pracy [A.2] dla wyznaczenia przewodności pierścienia z trzema końcówkami.

Wyniki uzyskane dla 0K potwierdziły uzyskane wcześniej konkluzje [A.1] modelowania zależnego od czasu, w zakresie zaniku oscylacji AB i nierównowagi w prawdopodobieństwie przejścia. Jednakże, stwierdzono, że w wysokim polu magnetycznym pojawiają się wąskie przedziały B oraz wektora Fermiego k_F , przy których przepływ prądu jest anomalny – nieklasyczny. Cyrkulacja prądu wokół pierścienia jest w nich przeciwna do tej indukowanej magnetyczną iniekcją zgodnie z orientacją siły Lorentza. Ze względu na to, że przedziały te są bardzo wąskie ulegają one zatarciu gdy poziom Fermiego jest poszerzony termicznie. W doświadczeniu [12] przedziały anomalnej cyrkulacji nie były obserwowane. Podobnie trudno jest je odtworzyć w rozwiązaniu pakietów falowych ze względu na skończony przedział energii obecnej w pakiecie. Wyjaśnienie pochodzenia tych anomalnych warunków transmisji pojawiło się przy rozważaniu prostszego układu w następnej pracy [A.3].

2.3 Praca A.3, *Tuning Fano resonances by magnetic forces for electron transport through a quantum wire side coupled to a quantum ring*

W pracy [A.3] zbadano drut kwantowy, do którego bocznie podpięto pierścień kwantowy. Obliczono przewodność układu w funkcji pola magnetycznego. Znaleziono, że prawdopodobieństwo przejścia elektronu przez obszar z wpiętym bocznie pierścieniem jest zazwyczaj

bliskie 1. Dla pewnych pól magnetycznych znaleziono jednak niesymetryczne piki prawdopodobieństwa rozpraszania wstecznego R . Zauważono, że piki te pojawiają się parami cyklicznie na skali pola magnetycznego. Jeden z pików pary poszerza się, a drugi zwęża z polem magnetycznym. Ustalono, że piki pochodzą z interferencji elektronu poruszającego się wzdłuż kanału ze stanami zlokalizowanymi w pierścieniu. Położenie stanów zlokalizowanych na skali energii i pola magnetycznego wyznaczono metodą stabilizacji Mandelstama [18]. Piki rozpraszania wstecz zgadzają się doskonale ze względu na położenie i szerokość ze stanami zlokalizowanymi. Ustalono, że w każdej parze pików R jeden odpowiada stanowi zlokalizowanemu z cyrkulacją prądu w pierścieniu produkującą moment magnetyczny równoległy do zewnętrznego pola, a drugi - z cyrkulacją przeciwną. Stany z cyrkulacją przeciwną zostają przesunięte do rdzenia pierścienia przez siłę Lorentza. W ten sposób zależnie od orientacji przepływu prądu sprzężenie stanów zlokalizowanych w pierścieniu z kanałem ulega wzmocnieniu lub osłabieniu wraz ze wzrostem pola magnetycznego. Zmiana czasu życia tych zlokalizowanych rezonansów odbija się na szerokości pików R w wysokim polu magnetycznym.

2.4 Praca A.4, *Magnetic forces and localized resonances in electron transfer through quantum rings*

Analizę wyników pracy [A.3] zastosowano do wyjaśnienia przedziałów anomalnej cyrkulacji prądu w pierścieniu z trzema końcówkami [A.2]. Znaleziono, że warunki anomalnej cyrkulacji prądu występują wraz z pojawieniem się rezonansów Fano ze stanami zlokalizowanymi, w których siła Lorentza utrzymuje gęstość elektronową bardzo blisko rdzenia, co radykalnie zwiększa ich czas życia. W ten sposób wykazano, że – warunki anomalnej transmisji w pierścieniu z trzema końcówkami znalezione w pracy [A.2] – również mają podłoże klasyczne.

2.5 Praca A.5, *Multisubband transport and magnetic deflection of Fermi electron trajectories in three terminal junctions and rings*

Poprzednie prace [A.1-4] dotyczyły modelowania przepływu prądu w warunkach, gdy poziom Fermiego pojawia się tylko w najniższym podpaśmie kwantyzacji poprzecznej. Takie warunki istotnie wytworzono w doświadczeniu [12]. Zazwyczaj jednak poziom Fermiego

pojawia się w kilku najniższych podpasmach. Mamy wtedy do czynienia z wieloma wektorami Fermiego i z możliwością rozpraszania międzypasmowego. W pracy [A.5] zastosowano uogólnienie metody rachunkowej z [A.2], które uwzględnia rozpraszanie międzypasmowe i zbadano związek między periodycznością oscylacji przewodności a odchyleniem magnetycznym. Wyniki wskazują, że te dwa efekty są konkurencyjne: Dla wąskich kanałów – znacznie węższych od promienia Larmora – efekt siły Lorentza jest zaniedbywalny, a wyniki periodyczne z okresem Φ_0 . Dla szerszych kanałów – wpływ siły Lorentza jest bardzo wyraźny, lecz efekty rozpraszania międzypasmowego zaburzają prostą periodyczność oscylacji. Główny wniosek z pracy [A.5] wskazuje, że wyraźny efekt odchylenia magnetycznego oraz periodyczność oscylacji AB współistnieją wyłącznie w zakresie transportu w najniższym podpaśmie.

2.6 Praca A.6 *Violation of Onsager symmetry for a ballistic channel Coulomb coupled to a quantum ring* i A.7 *Carrier-carrier inelastic scattering events for spatially separated electrons: magnetic asymmetry and turnstile electron transfer*

W pracy [A.3] badany jest silnie niesymetryczny układ: drut kwantowy z bocznie wpiętym pierścieniem. Zależnie od znaku pola magnetycznego siła Lorentza albo kieruje elektron z kanału do pierścienia albo powstrzymuje elektron przed wejściem do pierścienia. Istotnie taki efekt siły Lorentza jest bardzo wyraźny w gęstości prawdopodobieństwa rozwiązania problemu rozproszeniowego. Mimo, że kinetyka transferu elektronu przez układ silnie zależy od zwrotu pola magnetycznego okazuje się, że $T(B) = T(-B)$. Związek ten, zgodnie z teorią Landauera oznacza, że dla przewodności mamy również symetrię $G(B) = G(-B)$. Związek ten, został podany w formie zbliżonej do $G_{ji}(B) = G_{ij}(-B)$, (G_{ji} to przewodność od końcówki i do końcówki j) przez Onsagera [19] na gruncie mechaniki statystycznej i oznacza, że samo przyłożenie pola magnetycznego w półprzewodniku nie jest wystarczające do wywołania przepływu prądu w układzie (bez różnicy napięć). Związek $T(B) = T(-B)$ dla problemów transmisji opisanej równaniem kwantowo mechanicznym tłumaczy się niezmienniczością rozpraszania wstecznego od kierunku pola.

Relacja Onsagera $G(B) = G(-B)$ obowiązuje dla transportu liniowego, czyli dla niewielkiej różnicy w potencjałach źródło-dren. W doświadczeniach stosuje się napięcia rzędu mikroelektronowoltów i temperatury rzędu milikelwinów. W takich warunkach prąd niesiony jest dokładnie na poziomie Fermiego, wspólnym dla obydwu elektrod, a rozpraszanie

nieelastyczne elektronów niosących prąd jest zabronione przez zakaz Pauliego: elektron z poziomu Fermiego w temperaturze 0K nie może stracić energii bo stany z wnętrza powierzchni Fermiego są zajęte. Łamanie relacji Onsagera możliwe jest w transporcie nieliniowym [20] i zostały wykryte w wielu różnych układach [10, 21, 22, 23, 24, 25, 26].

Postanowiliśmy zbadać ewentualne łamanie symetrii w układzie z pojedynczym elektronem w kanale – zamiast gazu elektronowego. W ciągu ostatnich dwóch dekad nastąpił wielki postęp w manipulacji pojedynczymi elektronami w nanostrukturach. W 1997 udało się uwięzić pojedynczy elektron w kropce kwantowej [27]. W 2006 udało się zaobserwować przepływ pojedynczych elektronów w nanostrukturze [28]. W roku 2008 udało się przeprowadzić doświadczenie [9] interferencji AB w urządzeniu do którego elektrony były wstrzykiwane pojedynczo przez zawór utworzony z kropki kwantowej doprowadzonej do warunków blokady kulombowskiej, przez którą transport możliwy jest tylko za pośrednictwem nisko wydajnego współtunelowania (co-tunneling). Wreszcie w roku 2011 udało się w sposób kontrolowany wielokrotnie przetrzącać elektron między dwoma kropkami kwantowymi na łączną odległość rzędu milimetrów [29].

Zakaz (Pauliego) rozpraszania nieelastycznego nie obowiązuje dla pojedynczego elektronu poruszającego się w kanale. Zbadaliśmy przepływ elektronu przez kanał sprzężony z pierścieniem kwantowym umieszczonym obok kanału z jednym uwięzionym elektronem [A.6,A.7]. W pracy [A.6] wprowadziliśmy dokładną – choć numeryczną metodę rozwiązywania problemu zależnego od czasu rozpraszania elektronu w kanale na potencjale elektronu z pierścienia. Pokazaliśmy, że gdy elektron w pierścieniu przejmuje moment pędu elektronu w kanale, prawdopodobieństwo rozproszenia wstecz tego ostatniego rośnie. Ze względu, na charakter widma energii elektronu w pierścieniu absorpcja momentu pędu przez pierścień jest bardziej prawdopodobna dla $B < 0$ niż dla $B > 0$ co prowadzi do złamania relacji Onsagera.

W pracy [A.7] podaliśmy niezależną od czasu metodę rozwiązywania problemu. Pozwoliło nam to na opis sytuacji, gdy energia elektronu w kanale jest przed procesem rozpraszania ściśle określona. Wykorzystaliśmy ten fakt do konstrukcji układu, w którym rozpraszania wsteczne lub transfer elektronu mogą zachodzić tylko z wyłączeniem rozpraszania nieelastycznego. Układ wykorzystuje filtr energii oparty na układzie z podwójną barierą, przez którą transmisja możliwa jest tylko dla elektronu o energii stanu rezonansowego. Pokazaliśmy, że tylko wyłącznie nieelastycznego rozpraszania wstecz – a nie transferu ze wzbudzeniem pierścienia – przywraca symetrię $T_{21}(B) = T_{21}(-B)$. Układ z jednym filtrem nie przywraca natomiast symetrii względem kierunku przepływu prądu,

to jest $T_{21}(B) \neq T_{12}(B)$. Dopiero po wyłączeniu rozpraszania nieelastycznego w amplitudach zarówno rozproszonej jak i transmitowanej mamy zarówno $T_{21}(B) = T_{21}(-B)$ oraz $T_{21}(B) = T_{12}(B)$, jak w warunkach transportu liniowego.

Literatura

- [1] C. Kittel. *Introduction to Solid State Physics, 8th Edition*. John Wiley & Sons, Inc, 2005.
- [2] *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*. Cambridge: Cambridge University Press, 1995.
- [3] M. Geoghegan R. W. Kelsall, I. W. Hamley. *Nanotechnologie*. PWN, 2008.
- [4] R. A. Webb S.S. Washburn. Aharonov-Bohm effect in normal metal quantum coherence and transport. *Adv. Phys.*, 35 375, 1986.
- [5] G. Timp A.M. Chang J.E. Cunningham T.Y. Chang P. Mankiewich R. Behringer and R. E. Howard. Observation of the Aharonov-Bohm effect. *Phys. Rev. Lett.*, 58 2814, 1987.
- [6] A.C. Gossard D.C. Tsui, H.L. Stormer. Two-dimensional magnetotransport in the extreme quantum limit. *Phys. Rev. Lett.*, 48 1559, 1982.
- [7] A. Fuhrer S. Luscher T. Ihn T. Heinzel K. Ensslin W. Wegscheider and M. Bichler. Energy spectra and broken symmetry in quantum rings. *Nature*, 413 822, 2001.
- [8] R. J. Haug A. Mühle, W. Wegscheider. Coupling in concentric double quantum rings. *Applied Physics Letters*, 91 133116, 2007.
- [9] S. Gustavsson R. Leturcq R M. Studer T. Ihn T K. Ensslin D.C. Driscoll and A.C. Gossard A. C. Time-resolved detection of single-electron interference. *Nano Lett.*, 8 2547, 2008.
- [10] Gotz G Ihn T Ensslin K Driscoll D C Leturcq R, Sanchez D and Gossard A C. Magnetic field symmetry and phase rigidity of the nonlinear conductance in a ring. *Phys. Rev. Lett.*, 96 126801, 2006.

- [11] F. Martins B. Hackens M.G. Pala T. Ouisse H. Sellier X. Wallart S. Bollaert A. Cappy J. Chevrier V. Bayot and S. Huant. Imaging electron wave functions inside open quantum rings. *Phys. Rev. Lett.*, 99 136807, 2007.
- [12] E. Strambini V. Piazza G. Biasiol L. Sorba and F. Beltram. Impact of classical forces and decoherence in multiterminal Aharonov-Bohm networks. *Phys. Rev. B*, 79 195443, 2009.
- [13] M. Takatsu R. A. Kiehl N. Yokoyama T. Usuki, M. Saito. *Phys. Rev. B*, 52 8244, 1995.
- [14] M.Y. Simmons D.A. Ritchie R. Crook, C.G. Smith. Imaging cyclotron orbits and scattering sites in a high-mobility two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. B*, 62 5174, 2000.
- [15] Tobias Kramer E. J. Heller R. M. Westervelt M. P. Hanson A. C. Gossard K E. Aidala, Robert E. Parrott. Imaging magnetic focusing of coherent electron waves. *Nature Physics*, 3 464 - 468, 2007.
- [16] B. Szafran and F.M. Peeters. Time-dependent simulations of electron transport through a quantum ring: Effect of the lorentz force. *Phys. Rev. B*, 72 165301, 2005.
- [17] B. Szafran and F.M. Peeters. Lorentz-force-induced asymmetry in the Aharonov-Bohm effect in a three-terminal semiconductor quantum ring. *Europhys. Lett.*, 70 810, 2005.
- [18] H. S. Taylor V. A. Mandelshtam, T. R. Ravuri. Calculation of the density of resonance states using the stabilization method. *Phys. Rev. Lett.*, 70 1932, 1993.
- [19] Lars Onsager. Reciprocal relations in irreversible processes. i. *Physical Review*, 37 405, 1931.
- [20] M. Büttiker D. Sánchez. Magnetic-field asymmetry of nonlinear mesoscopic transport. *Phys. Rev. Lett.*, 93 106802, 2004.
- [21] P. Wyder G.L.J.A. Rikken. Magnetoelectric anisotropy in diffusive transport. *Phys. Rev. Lett.*, 94 016601, 2005.

- [22] Z. Wang I. Radu R. Dormaier D.H. Cobden J. Wei, M. Shimogawa. Experimental investigation of the breakdown of the onsager-casimir relations. *Phys. Rev. Lett.*, 96 116801, 2006.
- [23] M.P. Hanson A.C. Gossard D.M. Zumbühl, C.M. Marcus. Asymmetry of nonlinear transport and electron interactions in quantum dots. *Phys. Rev. Lett.*, 96 206802, 2006.
- [24] H. Bouchiat A.D. Chepelianskii. Hall detection of time-reversal symmetry breaking under ac electric driving. *Phys. Rev. Lett.*, 102 086810, 2009.
- [25] A. Forchel B. Brandenstein-Köth, L. Worschech. Magnetic-field asymmetry of nonlinear transport in narrow channels with asymmetric hybrid confinement. *Appl. Phys. Lett.*, 95 062106, 2009.
- [26] M. Hashisaka K. Chida K. Kobayashi T. Ono R. Leturcq K. Ensslin K. Saito Y. Utsumi A.C. Gossard S. Nakamura, Y. Yamauchi. Fluctuation theorem and microreversibility in a quantum coherent conductor. *Phys. Rev. B*, 83 155431, 2011.
- [27] T. Honda R.G. van der Hage L.P. Kouwenhoven S. Tarucha, D.G. Austing. *Phys. Rev. Lett.*, 77 3613, 1996.
- [28] B. Simovic R. Schleser T. Ihn P. Studerus K. Ensslin D.C. Driscoll A.C. Gossard S. Gustavsson, R. Leturcq. Counting statistics of single electron transport in a quantum dot. *Phys. Rev. Lett.*, 96 076605, 2006.
- [29] C.J.B. Ford C.H.W. Barnes D. Anderson G.A.C. Jones I. Farrer D.A. Ritchie R.P.G. McNeil, M. Kataoka. On-demand single-electron transfer between distant quantum dots. *Nature*, 477 439, 2011.